MATEMÁTICAS GRADO DÉCIMO
SEGUNDA PARTE

TEMA 1: VELOCIDAD ANGULAR

Definición Velocidad Angular

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS: La velocidad angular es una medida de la velocidad de rotación. Se define como el ángulo girado por una unidad de tiempo y se designa ω. Su unidad en el sistema internacional es el radián por segundo (rad/s).

En un movimiento circular uniforme (es decir, en un movimiento circular en el que la velocidad permanece constante), como una revolución (rotación) completa representa 2π radianes, se tiene:

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, donde T representa el **PERÍODO**, esto es EL TIEMPO (EN SEGUNDOS) QUE SE TARDA EL OBJETO O PUNTO EN DAR UNA VUELTA COMPLETA.

El ángulo formado (Φ) en un movimiento circular se define como la razón entre la distancia del arco s y el radio R de la circunferencia:

$\Phi = \frac{s}{R}$, en todos los problemas es necesario que la medida de los ángulos o las revoluciones estén en radianes.

EJEMPLOS:

1. Un punto situado en el borde de un disco giratorio cuyo radio es de 8 m se mueve a través de un ángulo de 37°. Calcule la longitud del arco descrito por el punto.

   Lo primero que haremos es clasificar los datos del problema y definir cuál es el dato que demos calcular:

   R = 8 m   Φ = 37°   s =?

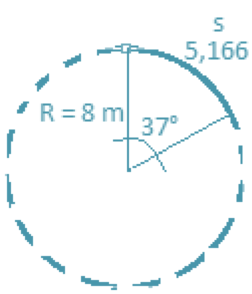
   Lo primero que hacemos es encontrar la equivalencia en radianes del ángulo:

$$\frac{37°}{1} * \frac{\pi\, rad}{180°} \approx 0{,}646\, rad$$

   La fórmula que debemos utilizar es $\Phi = \frac{s}{R}$, pero como conocemos el ángulo el radio despejaremos para encontrar el valor de s.

$$\Phi = \frac{s}{R} \Rightarrow s = \Phi * R \Rightarrow s = (0{,}646\,) * (8\, m) \Rightarrow s \approx 5{,}166\, m$$

   Respuesta: La longitud del arco descrito por el punto es de aproximadamente 5,166 m.



La representación gráfica indica que cuando el punto se mueve un ángulo de 37° sobre la circunferencia de radio ocho metros, se desplaza aproximadamente 5,166 metros (recuerda que s es la distancia del arco). El desplazamiento corresponde a la longitud pedida.

2. La rueda de una bicicleta tiene un diámetro de 66 cm y da 40 revoluciones en 1 min. a) ¿Cuál es su velocidad angular? b) ¿Qué distancia se desplazará la rueda?

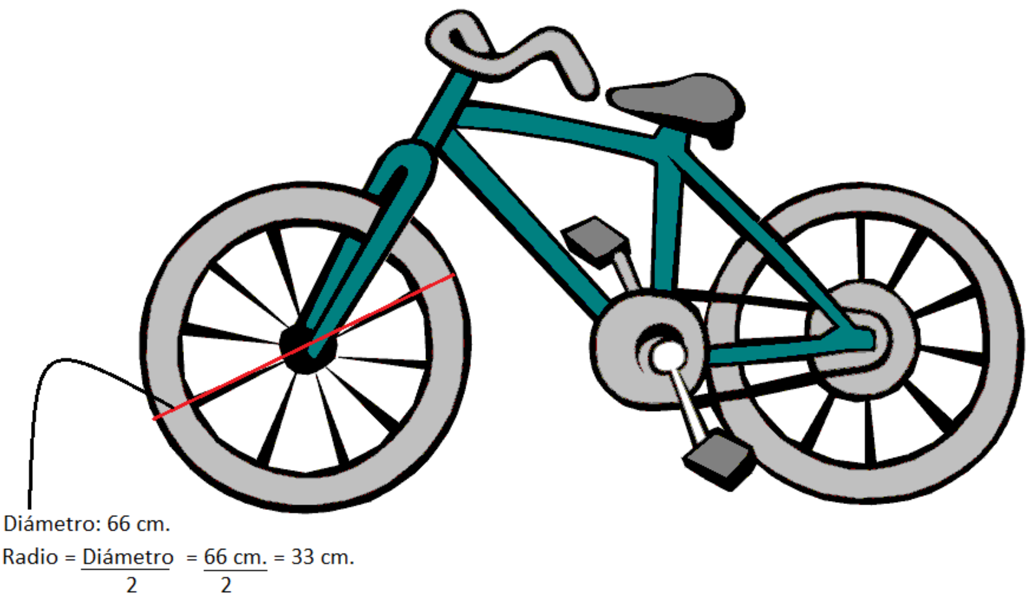
   Clasificación de datos: D = 66 cm (es decir R = 33 cm = 0,33 m)

$$\omega = 40\,\frac{rev}{min} \Rightarrow \frac{40\,rev}{min} * \frac{2\pi\,rad}{1\,rev} * \frac{1\,min}{60\,s} \approx \frac{4{,}189\,rad}{s}$$

$$\Phi = 40\,rev \;\Rightarrow\; \Phi = \frac{40\,rev}{1} * \frac{2\pi\,rad}{1\,rev} \;\Rightarrow\; \Phi \approx 251{,}327\,rad$$

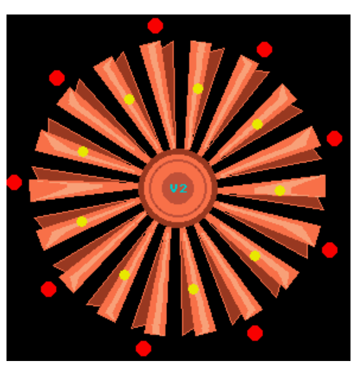
$$s = \Phi * R \;\Rightarrow s = (251{,}327) * (0{,}33\,m) \Rightarrow s \approx 82{,}938\,m$$

   RESPUESTAS: La velocidad angular es de aproximadamente 4,189 rad/s.
   La rueda se desplazará aproximadamente 82, 938 m.



3. Un disco de 20 cm. de radio gira a 33,33 rpm[1]. Hallar su velocidad angular y la velocidad lineal de:

   a) Un punto de su periferia.
   b) Un punto situado a 10 cm. del centro.
   c) ¿Cuánto tiempo tardará el disco en girar 780°?
   d) ¿Y en efectuar 15 revoluciones?



[1] rpm: Revoluciones por Minuto. Cantidad de giros completos que da un móvil en un minuto.

La velocidad angular no depende de la distancia que separa al punto considerado del centro del disco. Todos los puntos de un mismo radio del disco describen el mismo ángulo en el mismo tiempo.

Pasamos la longitud del radio y la velocidad angular a unidades del sistema internacional:

$$R = 20\ cm * \frac{1\,m}{100\,cm} = \frac{20}{100}\,m = 0{,}2\,m$$

$$\omega = 33{,}3\,\frac{rev}{min} * \frac{1\,min}{60\,s} * \frac{2\pi\,rad}{1\,rev} = 3{,}5\,\frac{rad}{s}$$

a) $v = \omega * R = 3{,}5\,\frac{rad}{s} * 0{,}2\,m = 0{,}7\,\frac{m}{s}$

Esto quiere decir que cualquier punto situado sobre la circunferencia del disco (en el gráfico los puntos rojos) se desplazará a razón de aproximadamente 0,7 metros (70 centímetros) cada segundo.

b) $R = 10\ cm * \frac{1\,m}{100\,cm} = \frac{10}{100}\,m = 0{,}1\,m$

$$v = 3{,}5\,\frac{rad}{s} * 0{,}1\,m = 0{,}35\,\frac{m}{s}$$

Si se analiza la velocidad de un punto al interior de la circunferencia ubicado a 10 centímetros del centro, se desplazará a la mitad de la velocidad anterior pues su distancia es la mitad (puntos amarillos del gráfico).

c) Calculamos la cantidad de vueltas que da el disco dividiendo los 780° entre 360° que describe en cada vuelta:

$$Cantidad\ de\ vueltas = \frac{780°}{360°} \approx 2{,}17\ vueltas$$

Podemos calcular el tiempo mediante una regla de tres o multiplicando por el factor de conversión que quite vueltas y ponga minutos:

$$tiempo = 2{,}17\ vueltas * \frac{1\,min}{33{,}3\ vueltas} \approx 0{,}065\,\mathrm{min} * \frac{60\,s}{1\,min} \approx 3{,}9\,s$$

Recuerda que uno de los datos que tenemos es que el disco gira a razón de 33,3 revoluciones en un minuto.

Un ángulo de 780 grados equivale aproximadamente a 2,17 vueltas y para dar esa cantidad de vueltas (revoluciones) se tardará aproximadamente 3,9 segundos.

d) Multiplicamos por el mismo factor de conversión que en el punto c:

$$tiempo = 15\,rev * \frac{1\,min}{33{,}3\,rev} \approx 0{,}45\,\mathrm{min} * \frac{60\,s}{1\,min} \approx 27\,s$$

Según el cálculo para que el móvil de 15 vueltas (revoluciones) se tardará aproximadamente 27 segundos.

4. Calcular la velocidad angular de cada una de las manecillas del reloj.

La manecilla que marca las horas describe 360° (2π radianes, una vuelta) en 12 horas:

$$T = 12\,h * \frac{60\,min}{1\,h} * \frac{60\,s}{1\,min} = 43.200\,s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\,rad}{43.200\,s} \approx 1{,}45 * 10^{-4}\,\frac{rad}{s}$$

La manecilla que marca los minutos describe 360° en 1 hora:

$$T = 1\ h * \frac{60\ min}{1\ h} * \frac{60\ s}{1\ min} = 3.600\ s$$

$$\omega = \frac{2\pi\ rad}{3.600\ s} \approx 1{,}74 * \ 10^{-3}\ \frac{rad}{s}$$

La manecilla que marca los segundos describe una vuelta en 60 segundos:

$$T = 1\ \mathrm{min} * \frac{60\ s}{1\ min} = 60\ s$$

$$\omega = \frac{2\pi\ rad}{60\ s} \approx 0{,}105\ \frac{rad}{s}$$

5. Las ruedas de un automóvil tienen 60 cm. de diámetro. Calcular con qué velocidad angular giran cuando el automóvil se desplaza a 72 kph (kilómetros por hora).

$$R = \frac{Diámetro}{2} = \frac{60\ cm}{2} = 30\ cm * \frac{1\ m}{100\ cm} = 0{,}3\ m$$

$$v = \frac{72\ km}{h} * \frac{1.000\ m}{1\ km} * \frac{1\ h}{3.600\ s} = 20\ \frac{m}{s}$$

$$v = \ \omega * R \to \ \omega = \frac{v}{R} = \frac{\frac{20m}{s}}{0{,}3\ m} \approx 66{,}7\ \frac{rad}{s}$$

TALLER 1

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS, DEBEN APARECER TODOS LOS PROCESOS.

1. Un automóvil que va a 20 m/s recorre el perímetro de una pista circular en un minuto. Determinar el radio de la misma.
2. Un satélite artificial gira alrededor de la Tierra dando una vuelta completa cada 90 minutos. Suponiendo su órbita circular, que el radio de la Tierra es 6360 kilómetros y que la altura del satélite sobre la superficie es de 280 kilómetros, determinar su velocidad lineal.
3. Una rueda gira a razón de 1.500 rpm, calcular la velocidad angular y la velocidad lineal a tres metros del centro.
4. La Tierra gira alrededor del Sol en una órbita que se puede suponer circular a una velocidad lineal de 29,78 km/s, dando una vuelta completa en 365,25 días aproximadamente. ¿Cuál es el radio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol?
5. Un volante que gira a la velocidad de 6000/**π** r.p.m. se detiene en 28 segundos por la acción de una fuerza. El radio de giro 0,8 metros. Calcular el número de vueltas hasta que se detiene.
6. El eje de un motor gira a razón de 1.800 revoluciones por minuto. Calcular en radianes el desplazamiento angular a los 18 segundos.
7. Una rueda gira a razón de 3.000 rpm, calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda y la velocidad lineal de un punto situado a 2 metros del centro.
8. Una niña en un caballito de un tiovivo, recorre un ángulo de 90°, 180° y 360°, respectivamente, en los 5 primeros segundos, a los 10 segundos de iniciar el movimiento y a los 20 segundos. Calcula:
   a. ¿Cuántos radianes ha descrito en cada caso?
   b. ¿Cuánto tiempo tarda en completar una revolución?

c. ¿Cuál es la velocidad angular de este movimiento?

TEMA 2: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LA SUMA O DIFERENCIA DE ÁNGULOS

Fórmulas Básicas

CONCEPTO: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LA SUMA O DIFERENCIA DE ÁNGULOS: En algunos ejercicios cuando se quieren conocer las funciones trigonométricas de los ángulos se deben obtener sin ayuda de la calculadora conociendo las funciones trigonométricas de otros ángulos cuyas medidas al ser sumadas o restadas dan como resultado el ángulo que nos interesa. En estos casos se deben aplicar las fórmulas para las funciones trigonométricas por suma o diferencia de ángulos, estas son:

$$sen(x+y) = sen\, x \cos y + \cos x\, sen\, y$$

$$sen\,(x-y) = sen\, x \cos y - \cos x\, sen\, y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - sen\, x\, sen\, y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + sen\, x\, sen\, y$$

Debemos tener en cuenta que para calcular todas las funciones trigonométricas de un ángulo sólo necesitamos poder determinar inicialmente el seno y el coseno del ángulo ya que las demás está directa o inversamente relacionadas con estas dos funciones:

$$\tan\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{sen\,\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\csc\alpha = \frac{1}{sen\,\alpha}$$

Normalmente se utilizan para este tipo de ejercicios las funciones trigonométricas de ángulos notables o cuadrantales por la facilidad para realizar los procesos y determinar los valores de sus funciones trigonométricas. Lo más usual es contar con las funciones trigonométricas resumidas en un cuadro como el siguiente:

ÁNGULO (α)	COORDENADAS EN LA CIRCUNFERENCIA UNITARIA (X, Y)	SENO SEN α (y)	COSENO COS α (x)
0°	(1,0)	0	1
30°	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

45°	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90°	(0, 1)	1	0
180°	$(-1,0)$	0	-1
270°	$(0,-1)$	-1	0

Veamos ahora como se usa esta información y las fórmulas para la suma o diferencia de ángulos.

EJEMPLOS:

1. Calcular todas las funciones trigonométricas para un ángulo cuya medida es 120°.

   RECUERDA: No debemos usar calculadora sólo las fórmulas y la tabla de resumen de los ángulos notables y cuadrantales.

   Lo primero que analizamos es cómo podemos obtener 120° sumando o restando los ángulos que tenemos. Existen dos opciones: 120° = 90° + 30° ó 120° = 180° – 60°. Sin importar cuál de las dos operaciones elijamos el resultado debe ser idéntico. Para comprobarlo lo realizaremos de ambas maneras, en la práctica sólo debes decidirte por uno y resolver a partir de allí.

POR SUMA	POR DIFERENCIA
$120° = 90° + 30°$ sen 120° = sen (90° + 30°) ★ sen 120° = sen 90° cos 30° + cos 90° sen 30° $sen\ 120° = (1) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (0) * \left(\frac{1}{2}\right)$ $\boldsymbol{sen\ 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ ★ cos 120° = cos 90° cos 30° – sen 90° sen 30° $\cos 120° = (0) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1) * \left(\frac{1}{2}\right)$ $\boldsymbol{\cos 120° = -\frac{1}{2}}$ ★ $\tan 120° = \frac{sen\ 120°}{\cos 120°}$ $\tan 120° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{3} * 2}{1 * 2}$ $\boldsymbol{\tan 120° = -\sqrt{3}}$ ★ $\cot 120° = \frac{1}{\tan 120°}$ $\cot 120° = \frac{1}{-\sqrt{3}}\ (debemos\ racionalizar)$ $\cot 120° = \frac{1}{-\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{\cot 120° = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ★ $\sec 120° = \frac{1}{\cos 120°}$ $\sec 120° = \frac{1}{-\frac{1}{2}}$ $\boldsymbol{\sec 120° = -2}$ ★ $\csc 120° = \frac{1}{sen\ 120°}$ $\csc 120° = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{\csc 120° = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$	$120° = 180° - 60°$ sen 120° = sen (180° - 60°) ★ sen 120° = sen 180° cos 60° – cos 180° sen 60° $sen\ 120° = (0) * \left(\frac{1}{2}\right) - (-1) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boldsymbol{sen\ 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ ★ cos 120° = cos 180° cos 60° + sen 180° sen 60° $\cos 120° = (-1) * \left(\frac{1}{2}\right) + (0) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boldsymbol{\cos 120° = -\frac{1}{2}}$ Dado que obtuvimos los mismos valores para el seno y el coseno del ángulo, el proceso a partir de aquí sería idéntico para encontrar las cuatro funciones trigonométricas restantes.

2. Calcular todas las funciones trigonométricas para el ángulo de 15°.

   El ángulo de 15° se puede expresar de varias maneras: $15° = 60° - 45°$ ó $15° = 45° - 30°$, cualquiera de las dos formas debe generar las mismas respuestas.

   Usaremos la segunda opción: $15° = 45° - 30°$

- $sen\ 15° = sen\ 45° \cos 30° - \cos 45°\ sen\ 30°$

$$sen\ 15° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) * \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

- $\cos 15° = \cos 45° \cos 30° + sen\ 45°\ sen\ 30°$

$$\cos 15° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) * \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

- $\tan 15° = \frac{sen\ 15°}{\cos 15°}$

$$\tan 15° = \frac{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}\ (debemos\ racionalizar)$$

$$\tan 15° = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{6})^2 - 2(\sqrt{6})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$\tan 15° = \frac{6 - 2\sqrt{12} + 2}{6 - 2} = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{4} = 2 - \sqrt{3}$$

- $\cot 15° = \frac{1}{\tan 15°}$

$$\cot 15° = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}\ (racionalizamos)$$

$$\cot\ 15° = \frac{(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

- $\sec 15° = \frac{1}{\cos 15°}$

$$\sec 15° = \frac{1}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

$$\sec 15° = \frac{4 * (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{4 * (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{4 * (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{6 - 2}$$

$$\sec 15° = \frac{4 * (\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

- $\csc 15° = \frac{1}{sen\ 15°}$

$$\csc 15° = \frac{1}{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$$

$$\csc 15° = \frac{4 * (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})} = \frac{4 * (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

Existe también la posibilidad de calcular las funciones trigonométricas para ángulos dobles o ángulos medios, es decir, ángulos que tengan el doble de la medida del ángulo al que le conocemos las funciones trigonométricas o que tengan la mitad de su medida.

Para calcular las funciones trigonométricas de ángulos dobles las identidades que usamos son:

$$sen\ 2x = 2\ sen\ x \cos x$$

$$\cos 2x = cos^2 x - sen^2 x$$

$$sen\ \frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$

$$\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

En los ángulos medios debemos tener en cuenta que el signo del seno y el coseno dependerán del cuadrante en el cual queda ubicado el ángulo.

EJEMPLOS:

1. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo que mide 240°.

   La idea de este tipo de ejercicio es utilizar toda la información disponible sin recurrir al uso de la calculadora, en nuestro caso en uno de los ejemplos anteriores calculamos las funciones trigonométricas para el ángulo de 120°. Como resulta obvio 240° es el doble del ángulo que mide 120° por lo cual podemos utilizar las fórmulas de ángulos dobles.

$$sen\ 240° = sen\ 2(120°) = 2\ sen\ 120° \cos 120°$$

$$sen\ 240° = 2 * \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) * \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240° = \cos 2(120°) = cos^2 120° - sen^2 120°$$

$$\cos 240° = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

   Para calcular las demás funciones trigonométricas usamos las identidades antes explicadas.

$$\tan 240° = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cot 240° = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sec 240° = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

$$\csc 240° = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

2. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo que mide 7,5°.

   Igual que en el ejemplo anterior partiremos de información conocida pues ya tenemos las funciones trigonométricas del ángulo de 15° y obviamente 7,5° es la mitad.

Lo primero que hacemos es analizar en qué cuadrante está ubicado el ángulo pues esto determinará el signo de las funciones trigonométricas. Queda en el primer cuadrante, esto quiere decir que tanto el valor de la coordenada en el eje equis como en el eje ye son positivos, en otras palabras: el seno y el coseno del ángulo serán positivos.

$$sen\ 7{,}5° = sen\ \frac{15°}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos 15°}{2}}$$

$$sen\ 7{,}5° = \sqrt{\frac{1-\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}}$$

$$En\ este\ caso\ podemos\ dejar\ expresada\ la\ respuesta\ como\ quedó, pues\ contiene\ varias\ raíces\ anidadas.$$

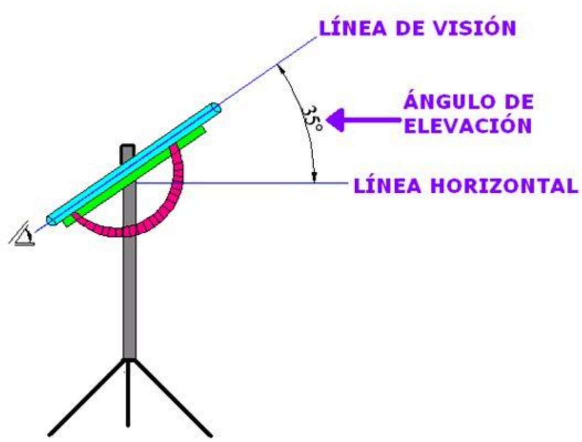
$$\cos 7{,}5° = \cos\frac{15°}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos 15°}{2}}$$

$$\cos 7{,}5° = \sqrt{\frac{1+\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}}$$

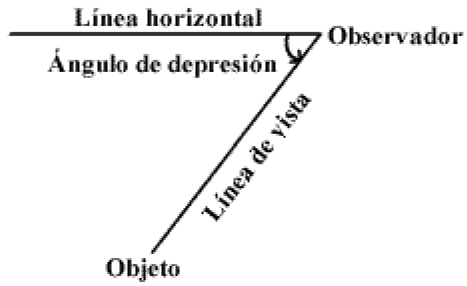
TEMA 3: ÁNGULO DE DEPRESIÓN Y ÁNGULO DE ELEVACIÓN

Ángulos Verticales

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS. El ángulo de elevación es el ángulo formado por la línea horizontal y la línea de mira cuando esta última está por encima de la horizontal.



El ángulo de depresión es el ángulo formado por la línea de mira y la línea horizontal cuando la línea de mira está por debajo de la horizontal.



En el siguiente enlace se encuentran resueltos varios ejemplos relacionados con este concepto:

http://www.slideshare.net/jagch13/angulo-de-elevacion-y-depresion

TALLER 2

DEBEN APARECER TODOS LOS PROCESOS, NO SE DEBE USAR CALCULADORA.

1. Calcular todas las funciones trigonométricas de los siguientes ángulos usando las identidades para suma o diferencia de ángulos:
   a. 135°
   b. 150°
   c. 330°
   d. 105°
   e. 300°
2. Calcular el seno y el coseno de los siguientes ángulos usando las identidades para ángulos dobles o medios:
   a. 75°
   b. 165°
   c. 22,5°
   d. 135°
3. Resolver los doce primeros ejercicios del taller que se encuentra en el siguiente enlace:

   http://www.slideshare.net/sigherrera/taller-angulo-de-elevacin-y-depresin

TEMA 4: LEY DE SENO Y LEY DE COSENO

Resolución de Triángulos Oblicuángulos

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS. Los triángulos se clasifican según la medida de sus ángulos en:

- **TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS:** son aquellos triángulos que tienen un ángulo recto, es decir, un ángulo cuya medida es 90°.
- **TRIÁNGULOS ACUTÁNGULOS:** son los triángulos que tienen los tres ángulos agudos, en otras palabras los tres ángulos miden menos de 90°.
- **TRIÁNGULOS OBTUSÁNGULOS:** son aquellos triángulos que tienen un ángulo obtuso, es decir, un ángulo que mide más de 90° y menos de 180°.

Como estudiamos en el primer período las funciones trigonométricas se pueden aplicar para resolver triángulos rectángulos. Resolver un triángulo es completar las medidas de sus tres lados y sus tres ángulos. Sin embargo, cuando los triángulos no son rectángulos también deben existir estrategias para determinar las medidas faltantes.

En términos generales se denominan triángulos oblicuángulos todos los que no tienen un ángulo recto, esto es, todos los triángulos acutángulos u obtusángulos. Para resolver este tipo de triángulos se deben primero clasificar los datos que se tienen, con base en dichos datos existen varios criterios de clasificación de los triángulos. Para comprender los teoremas o leyes de seno y coseno deberás estudiar los siguientes enlaces:

http://www.slideshare.net/pomales/ley-de-seno-y-coseno

http://www.slideshare.net/HugoQuito/resolucin-de-tringulos-oblicungulos

http://www.youtube.com/watch?v=F6InA8qySEY

http://www.youtube.com/watch?v=-xawITa4Tx0

TALLER 3

Resolver todos los ejercicios propuestos en el siguiente enlace, incluidos los ejercicios de preparación para pruebas ICFES.

http://api.ning.com/files/gIEWjrX21DTOHGKIglgPwevNuEyWL717ocVOv1MUThnmTvW67bg*wXA35kZAQM54hNik4VwTCmX29hNUoP5l6VUYgAml9gov/LEYDESENOSYCOSENOS.pdf